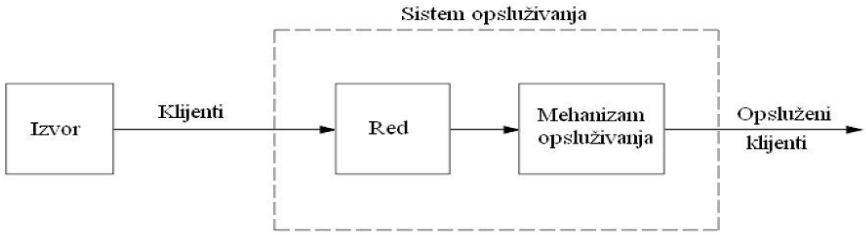
1. Osnovni proces opsluživanja.



2. Koja je osnovna karakteristika dolaznog toka klijenata–izvora i kakav izvor može da bude.
Osnovna karakteristika izvora klijenata (jedinica) je njegova veličina. Veličina dolazne populacije može se pretpostaviti da je *konačna* ili *beskonačna* (takođe se može reći da je izvor klijenata *neograničen* ili *ograničen*).

3. Raspodela broja generisanih klijenata u sistemu opsluživanja do nekog određenog vremenskog trenutka.
Broj generisanih klijenata *(x)* do nekog određenog vremenskog trenutka *(t)* ima Poasonovu raspodelu:

$$f(x) = P(X = x) = \frac{(\lambda \cdot t)^x \cdot e^{-\lambda \cdot t}}{x!}, x = 0,1,2, \dots ,n.$$

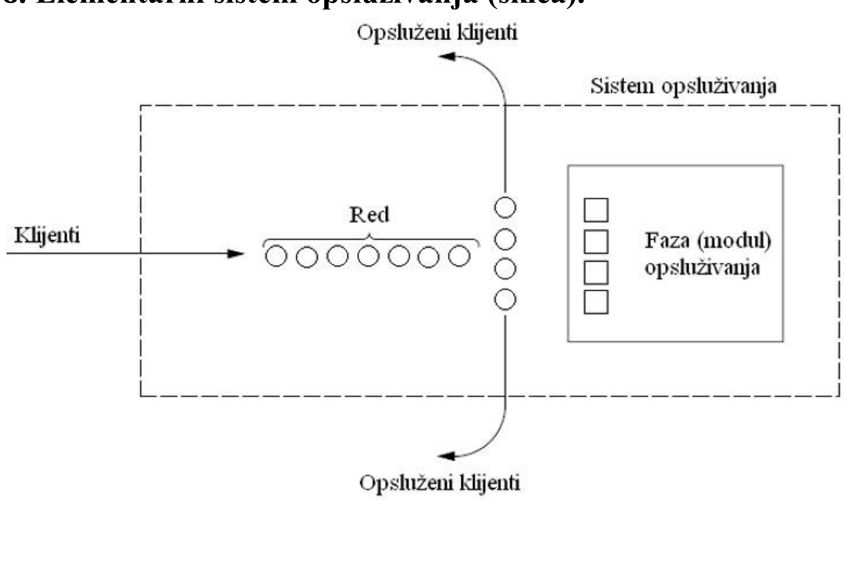
4. Raspodela vremena između dva uzastopna dolaska klijenata u sistem opsluživanja.
Raspodela vremena između dva uzastopna dolaska klijenata u sistem opsluživanja *eksponencijalna,* tj.: $f(t)= \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t}, t \geq 0$

5. Šta predstavlja red u sistemu opsluživanja i kakav može da bude.
Red je mesto gde klijenti čekaju na opsluživanje. Red se karakteriše maksimalnim brojem klijenata koji mogu jednovremeno da budu u njemu. Redovi mogu biti *konačni* ili *beskonačni*.

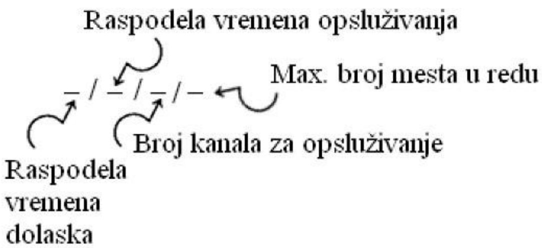
6. Koje vrste disciplina u redu postoje.
First-come-first-served **FIFO**, last-come-first-served **LIFO**, na slučajan način, prema nekom prioritetu ili prema nekom drugom pravilu.

7. Mehanizam opsluživanja.
Mehanizam opsluživanja se sastoji od jedne ili više *faza (modula) opsluživanja*, od kojih svaka sadrži jedan ili više *paralelnih kanala za opsluživanje*. Raspodela vremena opsluživanja koja se najčešće koristi u praksi je eksponencijalna raspodela.

8. Elementarni sistem opsluživanja (skica).



9. Kendall-ovo označavanje sistema opsluživanja.



gde je *M* = eksponencijalna raspodela,
D = konstantno vreme,
Ek = Erlang – ova raspodela (parametar oblika = *k*),
G=raspodela opšteg tipa.

10. Koeficijent iskorišćenja kanala za opsluživanje.

$\rho = \lambda/(c\cdot\mu)$ predstavlja koeficijent iskorišćenja kanala za opsluživanje tj. očekivani deo vremena koje je svaki kanal za opsluživanje, u datoj fazi (modulu) opsluživanja, zauzet.

11. Razlika između stacionarnog i nestacionarnog režima rada sistema opsluživanja.

U nestacionarnom režimu rada na stanje sistema (broj klijenata u sistemu) BEOMA UTIČE početno stanje sistema opsluživanja, dok u stacionarnom režimu – stanje sistema je NEZAVISNO od početnog stanja, kao i od proteklog vremena.

12. Šta predstavlja slučajni proces.

Slučajni proces ili slučajna funkcija je takva funkcija vremenskog argumenta, čija je vrednost, pri svakoj datoj vrednosti argumenta, jedna slučajna veličina.

13. Klasifikacija slučajnih procesa.

Klasifikacija slučajnih (stohastičkih) procesa može se izvršiti na osnovu tri pokazatelja:

− prostora stanja slučajnog procesa,

− parametra slučajnog procesa, i

− statističke zavisnosti između slučajnih veličina za različite vrednosti parametra slučajnog procesa.

14. Prostor stanja slučajnog procesa.

Skup mogućih vrednosti (stanja) koje slučajna funkcija može da uzme je prostor stanja. Može biti diskretan i kontinualan.

15. Parametar slučajnog procesa.

Parametar slučajnog procesa može biti realan, kompleksan ili opšteg tipa npr. n-dimenzionalan, kao i diskretan odnosno kontinualan. U teoriji redova parametar slučajnog procesa je vreme (t).

16. Definicija slučajnog procesa Markov-a sa kontinualnim vremenom i diskretnim stanjima.

Definicija: Slučajni proces X(t) definisan na diskretnom prostoru stanja, formira slučajni proces Markov-a sa kontinualnim vremenom (lanac Markov-a sa kontinualnim vremenom) ako za sve cele brojeve *n* i bilo koji niz $t_1, t_2, \dots, t_{n+1}$, ($t_1<t_2,< \dots <t_{n+1}$) važi:

$$P\left[X(t_{n+1}) = j \,\middle|\, X(t_1) = i_1, X(t_2) = i_2, \dots, X(t_n) = i_n\right] = P\left[X(t_{n+1}) = j \,\middle|\, X(t_n) = i_n\right]$$

17. Osnovna karakteristika nehomogenih slučajnih procesa.

Verovatnoće prelaska iz stanja u stanje – promene stanja zavise od vremena, tj. od *položaja* na vremenskoj osi.

18. Verovatnoća prelaska i verovatnoća stanja kod nehomogenih slučajnih procesa.

Verovatnoća prelaska, u zavisnosti od vremena, slučajnog procesa Markov-a sa kontinualnim vremenom iz stanja *i* u trenutku *s* u stanje *j* u trenutku *t* definiše se kao uslovna verovatnoća:

$$p_{ij}(s,t) = P\left[X(t) = j \,\middle|\, X(s) = i\right]$$

Verovatnoća stanja tj. verovatnoća da će se proces (sistem) naći u trenutku *t* u stanju *j* definiše se kao: $p_j(t) = [X(t)=j]; \quad j=0,1, \dots ,n.$

19. Matrična diferencijalna jednačina za definisanje promene verovatnoće stanja u zavisnosti od vremena, kod nehomogenih slučajnih procesa.

$$\frac{dp(t)}{dt} = p(t) \cdot Q(t)$$

gde je:
p(t) = [p0(t), p1(t), ... , pn(t)] – vektor verovatnoća stanja u trenutku *t*,
Q(t) – matrica intenziteta prelaska (tranzicije) u zavisnosti od vremena,

20. Osnovna karakteristika homogenih slučajnih procesa.

Verovatnoće prelaska slučajnog procesa, iz stanja u jednom vremenskom trenutku u neko drugo stanje u drugom vremenskom trenutku, *ne zavise* od položaja datih vremenskih trenutaka na vremenskoj osi, već zavise samo od *dužine intervala* između vremenskih trenutaka u kojima se proces nalazi na početku odnosno na kraju posmatrane promene stanja (tranzicije).

21. Verovatnoća prelaska i verovatnoća stanja kod homogenih slučajnih procesa.

Verovatnoća prelaska

$$p_{ij}(\tau) = P\left[X(t+\tau) = j \,\middle|\, X(t) = i\right]$$

Gde je t – proizvoljni vremenski trenutak
Verovatnoća stanja tj. verovatnoća da će se proces (sistem) naći u trenutku *t* u stanju *j* definiše se kao: $p_j(t) = [X(t)=j]; \quad j=0,1, \dots ,n.$

22. Matrična diferencijalna jednačina za definisanje promene verovatnoće stanja u zavisnosti od vremena, kod homogenih slučajnih procesa.

$$\frac{dp(t)}{dt} = p(t) \cdot Q$$

gde je:
p(t) = [p0(t), p1(t), ... , pn(t)] – vektor verovatnoća stanja u trenutku *t*,
Q – matrica intenziteta prelaska (tranzicije) koja u homogenom slučaju ne zavisi od vremena tj. članovi matrice su konstantni.

23. Kada je homogeni slučajni proces Markov-a "nesvodljiv".

Za homogeni slučajni proces Markov-a kaže se da je "nesvodljiv" (irreducible) ukoliko se u svako stanje procesa može doći iz svakog drugog stanja (ne mora direktno) tj. pij(τ) > 0, gde je τ vremenski interval proizvoljne dužine.

24. Kada je homogeni slučajni proces Markov-a *ergodičan*.

Za slučajni proces Markov-a kaže se da je *ergodičan* ako po isteku dovoljno velikog intervala vremena τ, verovatnoće stanja sistema (procesa) ne zavise od početnih uslova, početnog trenutka kao ni od dužine samog vremenskog intervala τ.

25. Uslov za prelazak sistema iz nestacionarnog u stacionarni režim rada.

$$\frac{\left|p_j(\tau) - p_j\right|}{p_j} \cdot 100 \le \delta; \qquad \text{za } \forall j = 0,1, \ldots ,n$$

26. Određivanje verovatnoća stanja sistema u stacionarnom režimu rada.

$p \cdot Q=0$ gde je $p=[p_0,p_1,\ldots.p_n]$ – vektor verovatnoca stanja

27. Šta predstavlja proces rađanja i umiranja.

Proces „rađanja i umiranja“ je specijalan slučaj slučajnog procesa Markov-a u kojem proces iz stanja *k* može preći samo u susedna stanja *k+1, k–1* ili ostati u tekućem stanju *k*.

28. Verovatnoće prelaska, procesa rađanja i umiranja, ako je sistem u stanju *k*.

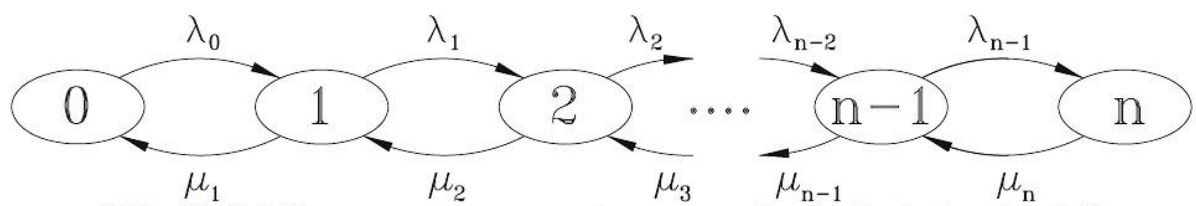
događaj B1: P[tačno 1 dolazak u $(t,t+\Delta t)$ | k jedinica u sistemu] $= \lambda_k \cdot \Delta t + o(\Delta t)$

događaj D1: P[tačno 1 odlazak u $(t,t+\Delta t)$ | k jedinica u sistemu] $= \mu_k \cdot \Delta t + o(\Delta t)$

događaj B2: P[tačno 0 dolazaka u $(t,t+\Delta t)$ | k jedinica u sistemu] $= 1 - \lambda_k \cdot \Delta t + o(\Delta t)$

događaj D2: P[tačno 0 odlazaka u $(t,t+\Delta t)$ | k jedinica u sistemu] $= 1 - \mu_k \cdot \Delta t + o(\Delta t)$

29. Dijagram promene stanja procesa tipa "rađanja i umiranja".



Slika IV-3. Dijagram promene stanja procesa tipa "rađanja i umiranja".

30. Karakteristike jednokanalnog sistema opsluživanja sa ograničenim redom.

− sistem ima jedan kanal za opsluživanje (c = 1) i konačan broj mesta u redu *m*.

− vremenski intervali između dolazaka jedinica u sistem su raspodeljeni po eksponencijalnoj raspodeli sa parametrom λ tj. dolazni tok je proces rađanja odnosno Poisson-ov proces. Intenziteti dolaska jedinica u zavisnosti od stanjasistema imaju sledeće vrednosti:

$\lambda_k=\lambda$ za $k=0,1,\ldots m$ $\quad \lambda_k=0$ za $k=m+1$

− vreme trajanja opsluživanja jedinica raspodeljeno je po eksponencijalnoj raspodeli sa parametrom μ tj. opsluživanje jedinica predstavlja proces umiranja.

− Kendall - ova oznaka ovog sistema je $M(\lambda)/M(\mu)/1/m$ ili kraće M/M/1/m.

− pravilo prihvatanja iz reda na opsluživanje je "prva prispela - prva opslužena" (FIFO).

31. Karakteristična stanja jednokanalnog sistema opsluživanja sa ograničenim redom.

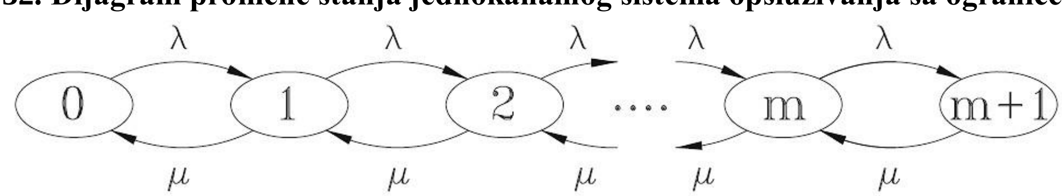
Stanja sistema su:

− stanje 0: nema jedinica u sistemu, kanal za opsluživanje je slobodan.

− stanje 1: jedna jedinica je u sistemu i ona se opslužuje.

− stanje m+1: m+1 jedinica je u sistemu, jedna se opslužuje i m ih je u redu.

32. Dijagram promene stanja jednokanalnog sistema opsluživanja sa ograničenim redom.



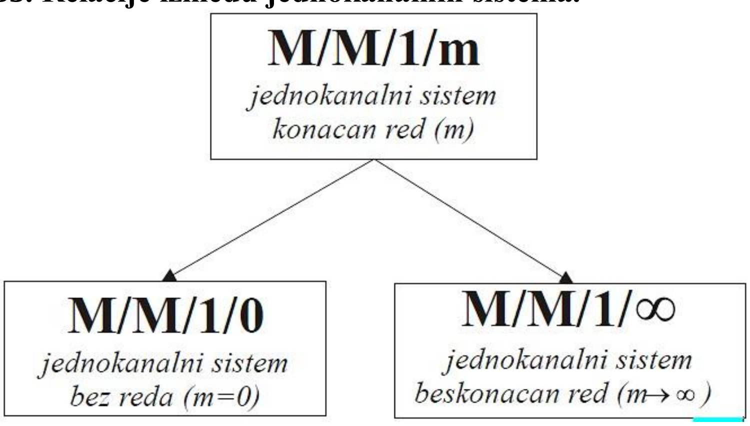
33. Izraz za verovatnoće promene stanja jednokanalnog sistema opsluživanja sa ograničenim redom.

$$P(X=i)=P_{\rho,m,i}=\rho^{i}\cdot\frac{1-\rho}{1-\rho^{m+2}}\text{, i=0,1,2, ... ,(m+1)}$$

34. Nabrojati osnovne karakteristika jednokanalnog sistema opsluživanja sa ograničenim redom.

− Verovatnoća opsluživanja (**Pops**),
− Verovatnoća zauzetosti kanala za opsluživanje (**Pzk**) (srednji broj zauzetih kanala **cz**),
− Verovatnoća postojanja reda (**Ppr**),
− Srednji broj jedinica u redu (**Nw**),
− Srednji broj jedinica u sistemu (**Nws**),
− Zakon raspodele vremena koje jedinica provede u sistemu,
− Srednje vreme koje jedinica provede u sistemu (**tws**),
− Zakon raspodele vremena koje jedinica provede u redu, i
− Srednje vreme koje jedinica provede u redu (**tw**).

35. Relacije između jednokanalnih sistema.



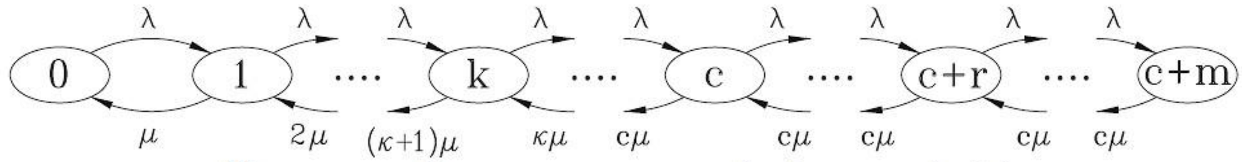
36. Karakteristike višekanalnog sistema opsluživanja sa ograničenim redom.

− sistem ima *c* kanala za opsluživanje i *m* mesta u redu,
− vremenski intervali između dolazaka jedinica u sistem su raspodeljeni po eksponencijalnoj raspodeli sa parametrom λ tj. dolazni tok je proces rađanja odnosno Poissonov proces. Intenziteti dolaska jedinica u zavisnosti od stanja sistema imaju sledeće vrednosti:
$\lambda_k=\lambda$ za k=0,1,…c+m-1 $\lambda_k=0$ za k=c+m
- vreme trajanja opsluživanja jedinica raspodeljeno je po eksponencijalnoj raspodeli sa parametrom μ.
− jedinice se iz reda na opsluživanje prihvataju po pravilu "prva prispela – prva opslužena" (FIFO disciplina).

37. Karakteristična stanja višekanalnog sistema opsluživanja sa ograničenim redom.

− stanje 0: u sistemu nema jedinica, svi kanali su slobodni i u redu nema jedinica,
− stanje k (k=1,2, ... ,c): u sistemu se nalazi *k* jedinica i sve se opslužuju, u redu nema jedinica,
− stanje c+r (r=1,2, ... ,m): u sistemu se nalazi (c+r) jedinica od kojih se *c* jedinica opslužuje a *r* jedinica se nalazi u redu i čeka na opsluživanje.

38. Dijagram promene stanja višekanalnog sistema opsluživanja sa ograničenim redom.



39. Izraz za verovatnoće promene stanja višekanalnog sistema opsluživanja sa ograničenim redom.

$$P(X=i)=P_{c,m,\rho,i}=\begin{cases}\dfrac{(c\cdot\rho)^i}{i!}\cdot p_0;\ \text{za } i=0,1,2,\ldots,c\\[2ex]\dfrac{\rho^{i-c}\cdot(c\cdot\rho)^c}{c!}\cdot p_0;\ \text{za } i=c+1,c+2,\ldots,c+m\end{cases}$$

40. Nabrojati osnovne karakteristika višekanalnog sistema opsluživanja sa ograničenim redom.
Verovatnoća opsluživanja (**Pops**),
- Srednji broj zauzetih kanala (**cz**),
- Verovatnoća postojanja reda (**Ppr**),
- Srednji broj jedinica u redu (**Nw**),
- Srednji broj jedinica u sistemu (**Nws**),
- Raspodela vremena koje jedinica provede u redu,
- Srednje vreme koje jedinica provede u redu (**tw**),
- Raspodela vremena koje jedinica provede u sistemu, i
- Srednje vreme koje jedinica provede u sistemu (**tws**).

41. Veze između modela teorije redova.