

Zadaci iz fizike.

Mehanički talasi

Stojeći talasi u žici, cevi i štapu. Rezonancija.

1. Žica mase $m=5\text{g}$, površine poprečnog preseka $S=0.5\text{mm}^2$ i gustine $\rho=8\cdot 10^3\text{kg/m}^3$, zategnuta je na krajevima silom $F=1000\text{N}$ i osciluje frekvencijom svog osnovnog harmonika. Odrediti talasni broj i kružnu frekvenciju transverznog talasa koji nastaje u žici.

2. Čelična žica, dužine $l=90\text{cm}$, zategnuta je silom koja u njoj izaziva normalni napon $\sigma=0.78\text{GPa}$. Žica osciluje frekvencijom trećeg harmonika. Gustina čelika od koga je napravljena žica iznosi $\rho=7850\text{kg/m}^3$.

a) Odrediti talasni broj i kružnu frekvenciju transverznog talasa koji nastaje u žici.

b) Ako se ove oscilacije prenose na vazduh u cevi dužine $L=65\text{cm}$, koja je otvorena na oba kraja i ako do rezonancije dolazi na frekvenciji drugog harmonika vazdušnog stuba u cevi, odrediti brzinu zvuka u vazduhu.

3. Žica dužine $L_0=0.99\text{m}$, napravljena od materijala gustine $\rho=2.7\cdot 10^3\text{kg/m}^3$, zategnuta je između dva učvršćenja na rastojanju $L=1\text{m}$. Postepenim povećanjem frekvencije pobude oscilovanja, utvrđeno je da se frekvencije dva susedna harmonika žice razlikuju za $\Delta\nu=258\text{Hz}$.

a) Izračunati brzinu prostiranja transverznog talasa u žici.

b) Primenom Hukovog zakona, izračunati vrednost Jungovog modula elastičnosti E_y za materijal žice.

4. Žica mase $m=10\text{g}$ pričvršćena je na oba kraja pri čemu njena dužina iznosi $l=40\text{cm}$. Žica osciluje frekvencijom svog trećeg harmonika. Ove oscilacije se prenose na vazduh u cevi dužine $L=1\text{m}$, koja je zatvorena na jednom kraju. Brzina zvuka u vazduhu je $c_{\text{vaz}}=343\text{m/s}$.

a) Pri kolikoj sili zatezanja žice će doći do rezonancije na frekvenciji drugog harmonika vazdušnog stuba u cevi?

b) Odrediti pritisak vazduha u cevi. Smatrati da je vazduh dvoatomni gas ($\kappa=1.4$) gustine $\rho_{\text{vaz}}=1.29\text{kg/m}^3$.

5. Aparatura za određivanje brzine zvuka po metodi Kunta sastoji se od cevi sa vazduhom ($\mu=29\text{g/mol}$ i $\kappa=1.4$) dužine $L=0.4\text{m}$ zatvorene na oba kraja i metalnog štapa ($\rho=8.9\cdot 10^3\text{kg/m}^3$) dužine $l=1.41\text{m}$ učvršćenog na sredini. U štapu se pomoću generatora zvučnih frekvencija izazivaju longitudinalne oscilacije sa frekvencijom osnovnog harmonika. Ako do pojave rezonancije dolazi kada se u vazdušnoj cevi uočavaju 3 Kuntove figure i ako temperatura vazduha iznosi $T=300\text{K}$, odrediti:

a) brzinu prostiranja zvuka u štapu,

b) Jangov moduo elastičnosti materijala od koga je napravljen štap.

Univerzalna gasna konstanta je $R=8.314\text{J/molK}$.

6. Metalni štap dužine $l_s=0.8\text{m}$, koji je uklješten je na sredini predstavlja sastavni deo aparature za merenje brzine zvuka po metodi Kunta. Pobuđivanjem, osnovnog harmonika u štapu, ustanovljeno je da brzina prostiranja zvuka kroz metalni štap iznosi $c_s=5200\text{m/s}$, a brzina prostiranja zvuka kroz vazduh u Kuntovoj cevi $c_v=340\text{m/s}$. Odrediti:

a) kolika je bila dužina vazdušnog stuba u Kuntovoj cevi, ako se u njoj obrazovalo 9 figura;

b) ako se vazduh u Kuntovoj cevi zagrejavao od $T_1=20^\circ\text{C}$ na $T_2=40^\circ\text{C}$, koliku relativnu promenu dužine vazdušnog stuba u cevi treba izvršiti da bi se u cevi uspostavio isti harmonik kao pod a).

7. Da bi se izmerila frekvencija horizontalnih vibracija mašine, na jedan njen vertikalni zid je pričvršćen veliki broj horizontalnih cevi različitih dužina. Cevi su zatvorene na oba kraja, ispunjene su vazduhom ($\mu=29\text{g/mol}$ i $\kappa=1.4$), a unutar njih su celom dužinom raspoređeni opiljci plute. Temperatura vazduha u cevima je jednaka temperaturi okoline $T=300\text{K}$. Ako se pri datim vibracijama rezonancija uspostavi u cevi dužine $l_1=0.4\text{m}$ i pri tome se u njoj formira $n_1=8$ Kuntovih figura, odrediti:

a) frekvenciju vibracija ν ;

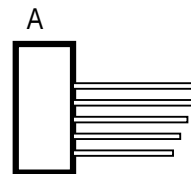
b) minimalnu frekvenciju koja se na temperaturi T može izmeriti ovim sistemom, ako je dužina najduže cevi $l_2=0.52\text{m}$.

Univerzalna gasna konstanta je $R=8.314\text{J/molK}$.

8. Longitudinalni talas se prostire kroz metalni štap dužine $l=1\text{m}$ koji je uklješten na sredini. Kada se štap zagreje za $\Delta t=100^\circ\text{C}$, osnovna frekvencija sopstvenih oscilacija štapa se promeni za 0,2%. Odrediti

a) koeficijent linearnog termičkog širenja ($\alpha=?$) metala;

b) dilataciju štapa.



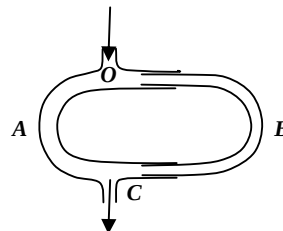
Akustički pritisak. Intenzitet i nivo zvuka.

9. Tačkasti zvučni izvor snage $P=10\text{W}$ nalazi se u vazduhu. Smatrajući da se vazduh nalazi pod normalnim uslovima ($p=1,01\cdot 10^5\text{Pa}$, $\rho=1,29\text{kg/m}^3$, $\kappa=1,4$), kao i da se zvučna energija prenosi ravnomerno u svim pravcima, odrediti:

- amplitudu zvučnog pritiska p_0 ovog talasa na rastojanju $r=100\text{m}$ od izvora;
- intenzitet I i nivo zvuka L na tom rastojanju (za prag čujnosti uzeti $I_0=10^{-12}\text{W/m}^2$);
- kružnu frekvenciju ω i amplitudu talasa A na istom mestu, ako čestice vazduha osciluju maksimalnim ubrzanjem $a_0=2\text{m/s}^2$.

Interferencija zvuka

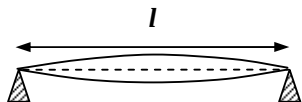
10. Za koliko treba izvući krak B Kvinkeove cevi sa slike ($l=?$) između dva uzastopna minimuma intenziteta zvuka na njenom izlazu C? Brzina prostiranja zvuka kroz cev je $c=330\text{m/s}$, a frekvencija $\nu=1100\text{Hz}$.



Rešenja:

1. zadatak

Za osnovni harmonik pri oscilovanju žice učvršćene na dva kraja važi: $l = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2l \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{l}$ (1)



Takođe je: $m = \rho V = \rho l s \Rightarrow l = \frac{m}{\rho s}$ (2)

$$\text{Iz (1) i (2) sledi: } k = \frac{\pi \rho s}{m} = 2,5 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \frac{c}{\lambda} = 2\pi \frac{c}{2l} = \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{Fl}{m}} = \pi \sqrt{\frac{F}{ml}} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{m} \sqrt{F\rho s} = 1257 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

2. zadatak

a) Za treći harmonik pri oscilovanju žice učvršćene na dva kraja važi: $l = \frac{3\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2l}{3} \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\frac{2l}{3}} = \frac{3\pi}{l} = 10,47 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$

Važi: $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \frac{c}{\lambda} = kc = 3\pi \frac{c}{l} = \frac{3\pi}{l} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, gde je: $\mu = \frac{m}{l} = \frac{\rho V}{l} = \frac{\rho sl}{l} = \rho s$.

$$\text{Sledi: } \omega = \frac{3\pi}{l} \sqrt{\frac{F}{\rho s}} = \frac{3\pi}{l} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} = 3301 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

b) Uslov rezonancije talasa u žici i u cevi je: $v_{\tilde{z}} = v_{\text{vaz}}$, gde je: $v_{\tilde{z}} = \frac{c_{\tilde{z}}}{\lambda_{\tilde{z}}} = \frac{\omega_{\tilde{z}}}{2\pi} = \frac{3}{2l} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}$ i $v_{\text{vaz}} = \frac{c_{\text{vaz}}}{\lambda_{\text{vaz}}} = \frac{c_{\text{vaz}}}{L}$

$$\Rightarrow \frac{3}{2l} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} = \frac{c_{\text{vaz}}}{L} \Rightarrow c_{\text{vaz}} = \frac{3L}{2l} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} = 341,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3. zadatak

a) Dužina pričvršćene žice (zategnute između dva učvršćenja) je L .

$$\text{Za } z\text{-ti harmonik važi: } L = z \frac{\lambda_z}{2} \Rightarrow v_z = \frac{c}{\lambda_z} = \frac{zc}{2L}$$

$$\text{Za } (z+1)\text{-i harmonik važi: } L = (z+1) \frac{\lambda_{z+1}}{2} \Rightarrow v_{z+1} = \frac{c}{\lambda_{z+1}} = \frac{(z+1)c}{2L}$$

$$\text{Sledi: } \Delta v = v_{z+1} - v_z = \frac{c}{2L} \Rightarrow \boxed{c = 2L \Delta v = 511 \frac{m}{s}} \quad (1)$$

Napomena: Umesto razlike u frekvenciji z -tog i $(z+1)$ -vog harmonika, što predstavlja opšti slučaj, mogli smo da posmatramo npr. razliku frekvencija između prvog i drugog harmonika. Onda bi pisali:

$$L = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow v_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2L}$$

$$L = 2 \frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow v_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{2c}{2L}$$

$$\text{Sledi: } \Delta v = v_2 - v_1 = \frac{c}{2L} \Rightarrow \boxed{c = 2L \Delta v = 511 \frac{m}{s}}$$

$$\text{b) Hukov zakon: } \frac{F}{s} = E_y \frac{\Delta L}{L_0} \Rightarrow E_y = \frac{F}{s} \frac{L_0}{\Delta L} = \frac{F}{s} \frac{L_0}{(L - L_0)} \quad (2)$$

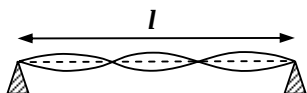
$$\text{Za brzinu transverzalnog talasa važi: } c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{FL}{\rho V}} = \sqrt{\frac{FL}{\rho s L}} = \sqrt{\frac{F}{\rho s}} \Rightarrow \frac{F}{s} = c^2 \rho \quad (3)$$

$$\text{Iz (2) i (3) sledi: } E_y = c^2 \rho \frac{L_0}{(L - L_0)} \quad (4)$$

$$\text{Iz (1) i (4) sledi: } \boxed{E_y = 4L^2 \Delta v^2 \rho \frac{L_0}{(L - L_0)} = 7.1 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}}$$

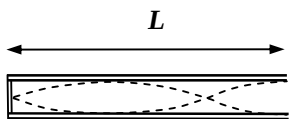
4. zadatak

a)



Za treći harmonik žice učvršćene na oba kraja važi:

$$l = \frac{3\lambda_z}{2} \Rightarrow v_z = \frac{c_z}{\lambda_z} = \frac{3c_z}{2l}$$



Za drugi harmonik vazdušnog stuba u cevi zatvorenoj na jednom kraju važi:

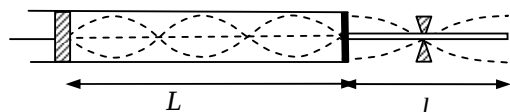
$$L = \frac{3\lambda_{vaz}}{4} \Rightarrow v_{vaz} = \frac{c_{vaz}}{\lambda_{vaz}} = \frac{3c_{vaz}}{4L}$$

$$\text{Uslov rezonancije talasa u žici i u cevi je: } v_z = v_{vaz} \Rightarrow \frac{3c_z}{2l} = \frac{3c_{vaz}}{4L}, \text{ gde je: } c_z = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{Fl}{m}}$$

$$\text{Sledi: } \frac{1}{l} \sqrt{\frac{Fl}{m}} = \frac{c_{vaz}}{2L} \Rightarrow \sqrt{\frac{F}{ml}} = \frac{c_{vaz}}{2L} \Rightarrow \boxed{F = ml \left(\frac{c_{vaz}}{2L} \right)^2 = 117.65 N}$$

$$\text{b) } c_{vaz} = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho_{vaz}}} \Rightarrow \boxed{p = \frac{c_{vaz}^2 \rho_{vaz}}{\kappa} = 1.084 \cdot 10^5 Pa}$$

5. zadatak



a) Za osnovni harmonik oscilovanja metalnog štapa učvršćenog na sredini važi:

$$l = \frac{\lambda_{\text{št}}}{2} \quad (1)$$

Za treći harmonik oscilovanja vazdušnog stuba u cevi zatvorenoj na oba kraja važi: $L = \frac{3\lambda_{\text{vaz}}}{2}$ (2)

Uslov za rezonanciju je: $v_{\text{št}} = v_{\text{vaz}}$, tj. $\frac{c_{\text{št}}}{\lambda_{\text{št}}} = \frac{c_{\text{vaz}}}{\lambda_{\text{vaz}}}$ (3)

Iz (1), (2) i (3) sledi: $\frac{c_{\text{št}}}{2l} = \frac{3c_{\text{vaz}}}{2L} \Rightarrow c_{\text{št}} = 3c_{\text{vaz}} \frac{l}{L}$, pa pošto je $c_{\text{vaz}} = \sqrt{\frac{\kappa RT}{\mu}}$, dobija se: $c_{\text{št}} = 3 \frac{l}{L} \sqrt{\frac{\kappa RT}{\mu}} = 3670 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $c_{\text{št}} = \sqrt{\frac{E_y}{\rho}} \Rightarrow E_y = \rho c_{\text{št}}^2 = 12 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

6. zadatak

a) Za osnovni harmonik oscilovanja metalnog štapa učvršćenog na sredini važi: $l = \frac{\lambda_{\text{št}}}{2}$ (1)

Za deveti harmonik oscilovanja vazdušnog stuba u Kuntovoj cevi važi: $L = \frac{9\lambda_{\text{vaz}}}{2}$ (2)

Uslov za rezonanciju je: $v_{\text{št}} = v_{\text{vaz}}$, tj. $\frac{c_{\text{št}}}{\lambda_{\text{št}}} = \frac{c_{\text{vaz}}}{\lambda_{\text{vaz}}}$ (3)

Iz (1), (2) i (3) sledi: $\frac{c_{\text{št}}}{2l} = \frac{9c_{\text{vaz}}}{2L} \Rightarrow L = 9 \frac{c_{\text{vaz}}}{c_{\text{št}}} l = 47 \text{ cm}$ (4)

b) Važi: $c_{\text{vaz1}} = \sqrt{\frac{\kappa RT_1}{\mu}}$ i $c_{\text{vaz2}} = \sqrt{\frac{\kappa RT_2}{\mu}}$ (5)

Iz (4) i (5) sledi: $\frac{L_2 - L_1}{L_1} = \frac{9 \frac{l}{c_{\text{št}}} (c_{\text{vaz2}} - c_{\text{vaz1}})}{9 \frac{l}{c_{\text{št}}} c_{\text{vaz1}}} = \frac{c_{\text{vaz2}}}{c_{\text{vaz1}}} - 1 = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - 1 = 0.414 = 41.4\%$

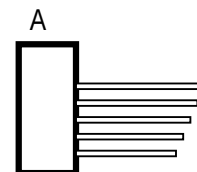
7. zadatak

a) Na temperaturi T se u cevi dužine l_1 formira $n_1 = 8$ Kuntovih figura, pa važi:

$$l_1 = \frac{n_1 \lambda}{2} \Rightarrow v = \frac{c}{\lambda} = \frac{cn_1}{2l_1} = \frac{n_1}{2l_1} \sqrt{\kappa RT / \mu} = 3470 \text{ Hz}$$

b) Na osnovu formule dobijene za frekvenciju pod a), za temperaturu T sledi: $v_{\text{min}} = \frac{n_{\text{min}}}{2l_{\text{max}}} \sqrt{\kappa TR / \mu}$.

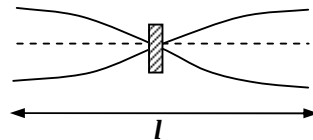
Pošto je: $n_{\text{min}} = 1$ i $l_{\text{max}} = l_2$, onda je: $v_{\text{min}} = 334 \text{ Hz}$



8. zadatak

a) Na temperaturi T_1 : Za osnovni harmonik oscilovanja štapa učvršćenog na sredini važi:

$$l = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2l \Rightarrow v = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2l} \quad (1)$$



Na temperaturi T_2 (posle zagrevanja štapa za ΔT):

Dužina štapa se usled zagrevanja povećala sa l na $l' = l + \Delta l = l + l\alpha\Delta T = l(1 + \alpha\Delta T)$, pa se frekvencija osnovnog harmonika smanjila

sa v na v' :

$$v' = \frac{c}{2l'} = \frac{c}{2l(1 + \alpha\Delta T)} \quad (2)$$

Iz uslova zadatka sledi:

$$\frac{v - v'}{v} = 0.002 = k \quad (3)$$

Iz (1) i (3) sledi:

$$v' = v - kv = v(1 - k) = \frac{c}{2l}(1 - k) \quad (4)$$

Iz (2) i (4) sledi:

$$\frac{c}{2l(1 + \alpha\Delta T)} = \frac{c}{2l}(1 - k) \Rightarrow 1 + \alpha\Delta T = \frac{1}{1 - k} \Rightarrow \alpha = \frac{k}{(1 - k)\Delta T} = 2 \cdot 10^{-5} K^{-1}$$

b) Dilatacija štapa je:

$$\Delta l = l\alpha\Delta T = l \frac{k}{(1 - k)} = 2 \cdot 10^{-3} m = 2mm$$

9. zadatak

a) $I = \frac{\bar{P}}{S} = \frac{(p_0)^2}{2z} = \frac{(p_0)^2}{2\rho c}$, gde je: $S = 4r^2\pi$ i $c = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}$.

Sledi:

$$p_0 = \sqrt{\frac{2\bar{P} \cdot \rho c}{S}} = \sqrt{\frac{P}{2r^2\pi}} (p\kappa\rho)^{\frac{1}{4}} = 0.26Pa$$

b) $I = \frac{\bar{P}}{S} = \frac{P}{4r^2\pi} \approx 8 \cdot 10^{-5} \frac{W}{m^2}$ i $L = 10 \log \frac{I}{I_0} = 79dB$

c) $p_0 = zv_0 = zA\omega = \rho c A \omega$ i $a_0 = A\omega^2 \Rightarrow p_0 = \rho c \frac{a_0}{\omega}$

Sledi:

$$\omega = \frac{\rho c a_0}{p_0} = \frac{a_0}{p_0} \sqrt{p\kappa\rho} = 3,28 \cdot 10^3 \frac{rad}{s} \quad i \quad A = \frac{a_0}{\omega^2} = 1,85 \cdot 10^{-7} m$$

10. zadatak

Zvučni talas koji stiže iz izvora do tačke O , deli se u tački O na dva talasa: talas koji prelazi put $L_A = OAC$ do prijemnika i talas koji prelazi put $L_B = OBC$ do prijemnika. U tački C dolazi do interferencije ova dva zvučna talasa. Uslov za poništenje zvuka (tj. za destruktivnu interferenciju, odnosno za interferencijski minimum reda z) u tački C je da putna razlika ta dva zvučna talasa bude

jednaka: $\Delta s = (2z - 1) \frac{\lambda}{2}$ gde je $z = 1, 2, 3, \dots$ (1)

Sa slike sledi: $L_B > L_A$ i $\Delta s = L_B - L_A$. Onda iz (1) sledi: $L_B - L_A = (2z - 1) \frac{\lambda}{2}$ (2)

Posle pomeranja cevi B za dužinu l , putna razlika u tački C će biti: $\Delta s' = (L_B + 2l) - L_A$ (3)

U toj tački će onda, po uslovu zadatka, biti ostvaren uslov za interferencijski minimum reda $(Z+1)$: $\Delta s' = (2z + 1) \frac{\lambda}{2}$ (4)

Iz (3) i (4) sledi: $(L_B + 2l) - L_A = (2z + 1) \frac{\lambda}{2}$ (5)

Oduzimanjem (2) od (5) sledi: $2l = \frac{2\lambda}{2}$, odnosno: $l = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2\nu} = 0.15m$

