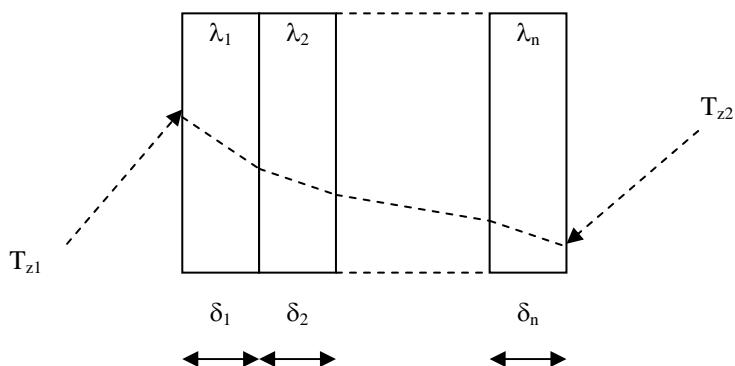


PROVOĐENJE TOPLOTE

Provodenje topline ili kondukcija je način kretanja topline koji je svojstven čvrstim materijalima, iako se pojavljuje (ali sa zanemarljivim intenzitetom) i kod fluida. Karakteristika materijala koja govori o intenzitetu kretanja topline provođenjem kroz materijal naziva se koeficijent provođenja (λ). Ova veličina je konstantna i njene vrednosti za razne tehničke materijale mogu se naći u termodinamičkim tablicama. Za veće temperaturske opsege ova veličina može zavisiti od temperature materijala. Toplota se kondukcijuom kreće sa površine koja ima višu temperaturu (T_{z1}) ka površini koja ima nižu temperaturu (T_{z2}).

kondukcija kroz višeslojan ravan zid:



toplotski fluks (q) kroz ravan zid $\lambda = \text{const}$:

$$q = \frac{T_{z1} - T_{z2}}{\sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{\delta_i}{\lambda_i} \right)} \quad (\frac{W}{m^2})$$

toplotski fluks (q) kroz ravan zid, $\lambda = f(T)$:

$$q = -\frac{1}{\delta} \cdot \int_{T_{z1}}^{T_{z2}} \lambda(T) \cdot dT \quad (\frac{W}{m^2})$$

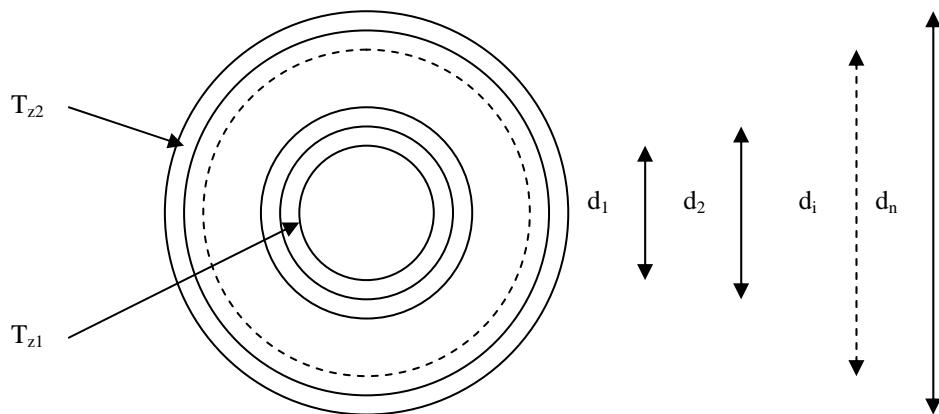
toplotski protok (\dot{Q}) kroz ravan zid:

$$\dot{Q} = q \cdot A \quad (W)$$

količina topline (Q) kroz ravan zid:

$$Q = \dot{Q} \cdot \tau \quad (J)$$

kondukcija kroz višeslojan cilindričan zid:



toplotni fluks kroz cilindričan zid, $\lambda=\text{const}$:
$$q = \frac{T_{z1} - T_{z2}}{\sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{1}{2\pi \cdot \lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} \right)} \quad (\frac{W}{m})$$

toplotni fluks kroz cilindričan zid, $\lambda=f(T)$:
$$q = -\frac{2\pi}{\ln \frac{d_s}{d_u}} \cdot \int_{T_{z1}}^{T_{z2}} \lambda(T) \cdot dT \quad (\frac{W}{m})$$

toplotni protok kroz cilindričan zid:
$$\dot{Q} = q \cdot L \quad (W)$$

količina toplote kroz cilindričan zid:
$$Q = \dot{Q} \cdot \tau \quad (J)$$

δ - debljina zida (m)

λ - koeficijent provođenja topline $(\frac{W}{mK})$

A -- površina ravnog zida normalna na pravac kretanja topline (m^2)

τ - vreme trajanja proces kretanja topline (s)

d_i -- prečnik cilindra (m)

d_s -- spoljašnji prečnik cilindra (m)

d_u -- unutrašnji prečnik cilindra (m)

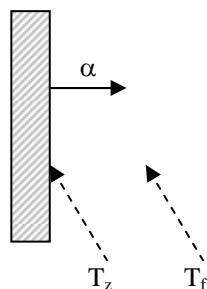
L - dužina cilindra (m)

PRELAZ TOPLOTE

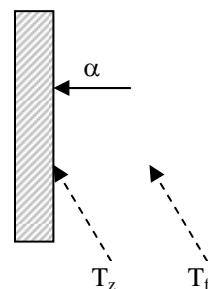
Prelaz topline ili konvekcija je način kretanja topline koji je karakterističan za razmenu topline između granične površine čvrste faze i fluida. Karakteristika kretanja topline na graničnoj površini čvrste faze i fluida naziva se koeficijent prelaza topline (α). Koeficijent prelaza topline (α) je složena veličina i zavisi od mnogih faktora (temperature čvrste površine, geometrijskog oblika čvrste površine, orientacije čvrste površine u prostoru, temperature fluida, načina kretanja fluida). Toplota se konvekcijom kreće sa čvrste površine temperature (T_z) ka okolnom fluidu temperature (T_f) kada je $T_z > T_f$, a obrnuto sa okolnog fluida na čvrstu površinu kada je $T_f > T_z$.

Konvekcija sa ravne površine na fluid (i obrnuto):

$$T_z > T_f$$



$$T_z < T_f$$



topljeni fluks (q) sa ravnog zida na fluid:

$$q = \frac{T_z - T_f}{\frac{1}{\alpha}} \quad \left(\frac{W}{m^2} \right)$$

topljeni protok (\dot{Q}) sa ravnog zida na fluid:

$$\dot{Q} = q \cdot A \quad (W)$$

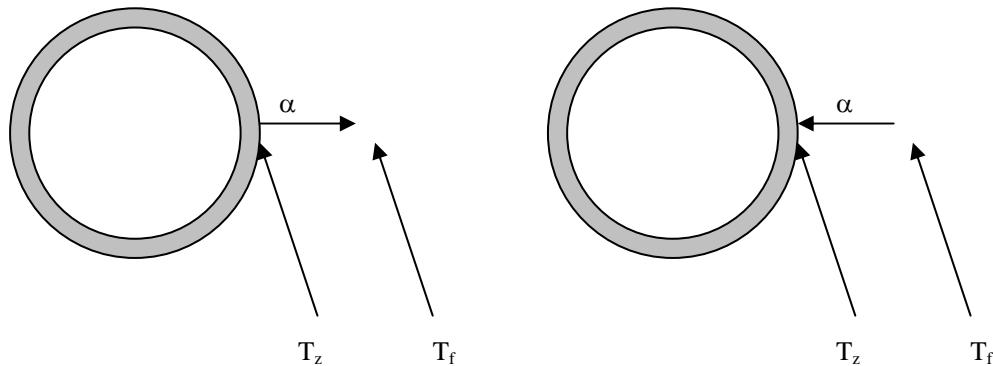
količina topline (Q) sa ravnog zida na fluid:

$$Q = \dot{Q} \cdot \tau \quad (J)$$

A - površina ravnog zida koja je u kontaktu sa fluidom (m^2)

napomena: Izrazi za toplotni fluks, toplotni protok i količinu topline koja se prelazom kreće sa sferne površine na okolni fluid (ili obrnuto) su isti kao odgovarajući izrazi za ravne površine

Konvekcija sa cilindrične površine na fluid (i obrnuto):



toplotni fluks (q) sa cilindrične površine na okolni fluid:

$$q = \frac{T_z - T_f}{\frac{1}{d\pi \cdot \alpha}} \quad (\frac{W}{m})$$

toplotni protok (\dot{Q}) sa cilindrične površine na okolni fluid: $\dot{Q} = q \cdot L \quad (W)$

količina toplote (Q) sa cilindrične površine na okolni fluid: $Q = \dot{Q} \cdot \tau \quad (J)$

L - dužina cilindrične površine (m)

d - prečnik cilindrične površine (m)

(ako se prelaz topline dešava na spoljašnjoj površini cilindra uzima se spoljašnji prečnik cilindra, a ako se prelaz topline dešava na unutrašnjoj površini cilindra uzima se unutrašnji prečnik cilindra)

Prelaz topline pri promenljivoj temperaturi fluida:

Ako pri procesu razmene topline između čvrste površine i fluida dolazi do promene temperature fluida za pokretačku silu prelaza topline (brojilac izraza za toplotni fluks) treba uzeti srednju logaritamsku razliku temperatura između čvrste površine i fluida: $\Delta T_{sr} = \frac{\Delta T_{max} - \Delta T_{min}}{\ln \frac{\Delta T_{max}}{\Delta T_{min}}} \quad (K, ^\circ C)$

ΔT_{max} -- razlika temperatura fluida i čvrste površine na jednom kraju površine (K, $^\circ C$)

ΔT_{min} -- razlika temperatura fluida i čvrste površine na drugom kraju površine (K, $^\circ C$)

Određivanje koeficijenta prelaza topline (α) upotrebom kriterijalnih jednačina

prirodna konvekcija:

Pod prirodnom konvekcijom podrazumevamo kretanje topline sa čvrste površine na okolini fluida (ili obrnuto) pri čemu se fluid nalazi u stanju prividnog mirovanja. To znači da kretanje fluida nije uslovljeno spoljašnjom mehaničkom silom (pumpa, ventilator ...) već samo razlikom gustina (temperatura) slojeva fluida. Kriterijalna jednačina za ovaj slučaj strujanja ima oblik:
 $Nu = f(Pr, Gr)$ tj.

$$Nu_f = C \cdot (Gr_f \cdot Pr_f)^n \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

Postupak određivanja koeficijenta prelaza topline (α) prikazan je u sledećih 6 koraka.

1. korak: određivanje termofizičkih konstanti za fluid ($\lambda_f, \nu_f, \beta_f, \rho_f, \mu_f$)

U ovom koraku se u odgovarajućim termodinamičkim tablicama pročitaju vrednosti termofizičkih konstanti za fluid koji je u kontaktu sa čvrstom površinom. Vrednosti se čitaju iz termodinamičkih tablica za srednju temperaturu fluida. Vrednost kostante β_f za gasove se izračunava iz jednačine

$$\beta_f = \frac{1}{T_f}$$
.

2. korak: određivanje karakteristične dužine čvrste površine (l_{ek})

	l_{ek}	opis karakteristične dužine
verikalna cilindrična površina	L	dužina cevi
vertikalna ravna površina	h	visina zida
horizontalna cilindrična površina	d	prečnik cilindrične površine
horizontalna ravna površina	$\min(a, b)$	manja od dve strane ravne površine

3. korak: određivanje potrebnih kriterijuma sličnosti

$$Gr_f = \frac{\beta_f \cdot g \cdot l_{ek}^3 \cdot (T_z - T_f)}{\nu_f^2} \quad Pr_f = \frac{c_{pf} \cdot \mu_f}{\lambda_f} \quad Pr_f = \frac{c_{pz} \cdot \mu_z}{\lambda_z}$$

U izazu za Pr_z termofizičke konstante (c_p, μ, λ) se određuju za temperaturu čvrste površine (T_z). a u izazu za Pr_f za temperaturu fluida (T_f).

4. korak : određivanje konstanti C i n iz kriterijalne jednačine za Nuseltov broj

	C	n	granice primene
horizontalna cev, sfera	0.5	0.25	$10^3 < Gr_f \cdot Pr_f < 10^8$
ravne ploče vertikalne cevi (prelaz toplote sa spoljašnje strane cevi)	0.76	0.25	$10^3 < Gr_f \cdot Pr_f < 10^9$
	0.15	0.33	$10^9 < Gr_f \cdot Pr_f$
horizontalne ploče (razmena toplote sa gornje strane ploče)	0.14	0.33	$2 \cdot 10^7 < Gr_f \cdot Pr_f < 3 \cdot 10^{10}$
	0.54	0.25	$2 \cdot 10^7 < Gr_f \cdot Pr_f < 3 \cdot 10^{10}$
horizontalne ploče (razmena toplote sa donje strane ploče)	0.27	0.25	$1 \cdot 10^2 < Gr_f \cdot Pr_f < 1 \cdot 10^9$

5. korak: izračunavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = C \cdot (Gr_f \cdot Pr_f)^n \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

6. korak: izračunavanje koeficijenta prelaza topline

$$\alpha = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{l_{ek}}$$

prinudna konvekcija:

Pod prinudnom konvekcijom podrazumevamo kretanje toplote sa čvrste površine na okolini fluid (ili obrnuto) pri čemu se fluid nalazi u stanju makroskopskog kretanja. To znači da kretanje fluida nije uslovljeno samo razlikom gustina slojeva fluida već i spoljašnjom mehaničkom silom (pumpa ventilator ...). Kriterijalna jednačina za ovaj slučaj strujanja ima oblik: $Nu = f(Re, Pr, Gr)$ tj.

$$Nu_f = C \cdot Re_f^m \cdot Pr_f^n \cdot Gr_f^p \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

Postupak određivanja koeficijenta prelaza topline (α) prikazan je u sledećih 6 koraka.

1. korak: određivanje termofizičkih konstanti za fluid ($\lambda_f, \nu_f, \beta_f, \rho_f, \mu_f$)

U ovom koraku se u odgovarajućim termodinamičkim tablicama pročitaju vrednosti termofizičkih konstanti za fluid koji je u kontaktu sa čvrstom površinom. Vrednosti se čitaju za temperaturu fluida. Ako je temperatura fluida promenljiva onda se vrednosti čitaju za srednju temperaturu fluida:

$$T_f = \frac{T_{f1} + T_{f2}}{2} \text{ (aritmetička sredina početne i krajnje temperature fluida).}$$

$$\text{Vrednost kostante } \beta_f \text{ za gasove se izračunava iz jednačine } \beta_f = \frac{1}{T_f}.$$

2. korak: određivanje karakteristične dužine čvrste površine (l_{ek})

Pri određivanju karakteristične dužine čvrste površine kod prinudne konvekcije nije od značaja geometrijska orientacija čvrste površine u prostoru (horizontalna ili vertikalna) već samo geometrijski oblik površine (ravna, cilindrična ili sferna površina)

	l_{ek}	opis karakteristične dužine
strujanje preko ravnih površina (opstrujavanje ravnih površina)	$\overset{\rightarrow}{\Gamma}$	geometrijska dimenzija u pravcu strujanja (dužina, širina ili visina)
strujanje preko cilindrične površine (opstrujavanje cilindrične površine)	d_s	spoljašnji prečnik cilindra
strujanje preko sferične površine (opstrujavanje sferične površine)	d	prečnik sfere
strujanje kroz cevi ili kanale proizvoljnog poprečnog preseka	$l_{ek} = 4 \cdot \frac{A}{O}$	A - površina poprečnog preseka cevi ili kanala kroz koji fluid struji O -- obim od A, nezavisno od toga na kojem delu obima se ramenjuje toplota

određivanje karakteristične dužine za neke karakteristične slučajeve strujanja kroz cevi ili kanale proizvoljnog poprečnog preseka:

1. strujanje kroz cev unutrašnjeg prečnika d :

$$l_{ek} = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{\frac{d^2\pi}{4}}{\frac{d\pi}{d\pi}} = d \quad (\text{unutrašnji prečnik cevi})$$

2. strujanje kroz anularni prostor (prostor između dve cevi)

$$l_{ek} = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{\frac{D^2\pi}{4} - \frac{d^2\pi}{4}}{\frac{D\pi + d\pi}{d\pi + d\pi}} = D - d$$

D - unutrašnji prečnik spoljašnje cevi
 d - spoljašnji prečnik unutrašnje cevi

(m)
 (m)

3. strujanje kroz među cevni prostor višecevnog razmenjivača toplote

$$l_{ek} = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{\frac{D^2\pi}{4} - n \cdot \frac{d^2\pi}{4}}{\frac{D\pi + n \cdot d\pi}{d\pi + n \cdot d\pi}} = \frac{D^2 - n \cdot d^2}{D + n \cdot d}$$

4. strujanje kroz prav kanal pravougaonog poprečnog preseka stranica a i b

$$l_{ek} = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2 \cdot (a + b)} = 2 \cdot \frac{a \cdot b}{a + b}$$

3. korak: određivanje potrebnih kriterijuma sličnosti

$$Gr_f = \frac{\beta_f \cdot g \cdot l_{ek}^3 \cdot (T_z - T_f)}{v_f^2} \quad Re_f = \frac{\rho_f \cdot w \cdot l_{ek}}{\mu_f}$$

$$Pr_f = \frac{c_{pf} \cdot \mu_f}{\lambda_f} \quad Pr_z = \frac{c_{pz} \cdot \mu_z}{\lambda_z}$$

U izrazu za Pr_z termofizičke konstante (c_p , μ , λ) se određuju za temperaturu čvrste površine (T_z). a u izrazu za Pr_f za srednju temperaturu fluida (T_f).

4. korak

određivanje konstanti C, m,n i p iz kriterijalne jednačine za Nu_f

Vrednosti konstanti C, m,n i p zavise od režima strujanja i imaju sledeće vrednosti za slučaj strujanja kroz cevi ili kanale proizvoljnog poprečnog preseka:

	C	m	n	p	granica primene
laminarno strujanje					$Re_f < 2300$
viskozno gravitacioni režim	0.15.	0.33	0.43	0.1	$8 \cdot 10^5 < Gr_f \cdot Pr_f$
viskozni režim	0.15	0.33	0.43	0	$Gr_f \cdot Pr_f < 8 \cdot 10^5$
preobražajno strujanje	K_0	0	0.43	0	$2.3 \cdot 10^3 < Re_f < 1 \cdot 10^4$
turbulentno strujanje	0.02 1	0.8	0.43	0	$1 \cdot 10^4 < Re_f < 5 \cdot 10^6$

laminarni režim strujanja:

Dobijeni rezultat za koeficijent prelaza toplote (α) (6. korak) mora se kod kratkih cevi ($L/l_k < 50$) korigovati množenjem sa faktorom ε_L prema sledećoj tabeli:

L/l_k	1	2	5	10	15	20	30	40	50
ε_L	1.9	1.7	1.44	1.28	1.18	1.13	1.05	1.02	1

preobražajni režim strujanja:

$Re \cdot 10^{-3}$	2.1	2.3	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
K_0	1.9	3.3	4.4	6	10	12.2	15.5	19.5	24	27	30	33

turbulentni režim strujanja:

Dobijeni rezultat za koeficijent prelaza toplote (α) (6. korak) mora se kod kratkih cevi ($L/l_k < 50$) korigovati množenjem sa faktorom ε_L prema sledećoj tabeli:

Re \downarrow	L/l_{ek}									
	1	2	5	10	15	20	30	40	50	
$1 \cdot 10^4$	1.65	1.50	1.34	1.23	1.17	1.13	1.07	1.03	1	
$2 \cdot 10^4$	1.51	1.40	1.27	1.18	1.13	1.10	1.05	1.02	1	
$5 \cdot 10^4$	1.34	1.27	1.18	1.13	1.10	1.08	1.04	1.02	1	
$1 \cdot 10^5$	1.28	1.22	1.15	1.10	1.08	1.06	1.03	1.02	1	
$1 \cdot 10^6$	1.14	1.11	1.08	1.05	1.04	1.03	1.02	1.01	1	

Vrednosti konstanti C, m,n i p zavise od režima strujanja i imaju sledeće vrednosti za slučaj poprečnog strujanja (pod pravim uglom) preko cevi:

	C	m	n	p	granica primene
filmski režim strujanja	0.76	0.40	0.37	0	$1 < Re_f < 40$

laminarni režim strujanje	0.52	0.50	0.37	0	$40 < Re_f < 400$
prelazni režim strujanja	0.26	0.60	0.37	0	$1 \cdot 10^3 < Re_f < 2 \cdot 10^5$
turbulentni režim strujanja	0.023	0.80	0.40	0	$2 \cdot 10^5 < Re_f < 2 \cdot 10^7$

5. korak izračunavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = C \cdot Re_f^m \cdot Pr_f^n \cdot Gr_f^p \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

6. korak: izračunavanje koeficijenta prelaza topote

$$\alpha = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{l_{ek}}$$

napomena: Za slučaj opstrujavanja sfernih površina (kugla) kriterijalna jednačina ima oblik: $Nu_f = 2 + 0.6 \cdot Re^{0.5} \cdot Pr^{0.33}$, za $1 < Re_f < 7 \cdot 10^4$.

Za razmenu topote u sudovima sa mešalicama kriterijalna jednačina ima jedan od sledećih oblika:

Sudovi u kojima grejni fluid protiče kroz duple zidove (duplicatori):

$$Nu_f = 0.36 \cdot Re_f^{0.67} \cdot Pr_f^{0.33}, \text{ za } 10 < Re_f < 1 \cdot 10^5$$

Sudovi u kojima grejni fluid protiče kroz grejnu spiralu

$$Nu_f = 0.63 \cdot Re_f^{0.5} \cdot Pr_f^{0.33}, \text{ za } 8 < Re_f < 1 \cdot 10^5$$

U oba navedena slučaja sudova sa mešalicom Nu_f i Re_f definišu na način: $Nu_f = \frac{\alpha \cdot D}{\lambda_f}$ $Re = \frac{\rho_f \cdot n \cdot d^2}{\mu_f}$, pri čemu je D unutrašnji prečnik suda, d prečnik mešalice a n broj obrtaja mešalice.

prelaz toplote pri stacionarnom procesu filmske kondenzacije:

način oticanja kondenzata i geometrijska orijentacija čvrste površine	C	karakteristična dužina	oznake i napomene
vertikalna površina stogo laminarno oticanje kondenzata $\left(\frac{Nu_f}{K \cdot Pr} < 1 \right)$	0.94 3	ukupna visina	Galileov kriterijum, Ga $Ga = \frac{g \cdot l_{ek}^3}{\nu}$ Prandllov kriterijum, Pr $Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda}$ Kriterijum promene faze, $K = \frac{r}{c_p \cdot (T_k - T_z)}$
laminarno valovitio oticanje kondenzata $\left(\frac{Nu_f}{K \cdot Pr} > 1 \right)$	1.13		
horizontalna cev	0.72 8	spoljašnji prečnik	navedeni izrazi važe za: $K > 5, 1 \leq Pr \leq 100$

$$Nu = C \cdot (Ga \cdot Pr \cdot K)^{0.25}$$

$$\alpha = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{l_{ek}}$$

napomena:

Fizički parametri filma kondenzata (ρ, λ, ν, c_p) odnose se na srednju temperaturu kondenzata i čvrste površine: $T = \frac{T_k + T_z}{2}$, a toplota kondenzacije pare (r) se određuje za temperaturu kondenzacije pare T_k

ZRA^ENJE TOPLOTE (samo za čvrsta tela)

Zračenje toplote je beskontaktna razmena toplote između toplijeg i hladnijeg tela. Mehanizam kretanja toplote zračenjem pokorava se zakonima kretanja talasa. Pri razmeni toplote zračenjem oba tela (i toplije i hladnije) emituju talase određene talasne dužine koji imaju toplotnu moć. Rezultujuća energija zračenja usmerena je od toplijeg ka hladnijem telu.

Način izračunavanja rezultujuće energije zračenja između toplijeg i hladnijeg tela biće prikazan za dva karakteristična geometrijska slučaja:

- površina tela 1 je sa svih strana obuhvaćena površinom tela 2
- površine tela 1 i tela 2 su ekvidistantne (paralelne)

rezultujuće zračenje sa ravne površine:

$$\text{toplotski fluks } (q_z) : \quad q_z = \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\frac{1}{C_{12}}} \quad (\frac{W}{m^2 K})$$

$$\text{toplotski protok } (\dot{Q}): \quad \dot{Q} = q_z \cdot A_{\min} \quad (W)$$

$$\text{količina toplote } (Q): \quad Q = \dot{Q} \cdot \tau \quad (J)$$

A_{\min} - manja od površina (površina tela 1 ili tela 2) (m^2)

C_{12} - konstanta uzajamnog zračenja tela 1 i tela 2 $(\frac{W}{m^2 K^4})$

$$C_{12} = C_c \cdot \varepsilon_{12}$$

$$C_c - \text{konstanta zračenja apsolutno crnog tela} \quad (C_c = 5.67 \frac{W}{m^2 K^4})$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_{\min}}{A_{\max}} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ - koeficijenti emisije tela sa manjom i većom površinom

T_1, T_2 - temperature toplijeg i hladnijeg tela (K)

A_{\max} - veća od površina (površina tela 1 ili tela 2) (m^2)

rezultujuće zračenje sa cilindrične površine:

$$\text{topljeni fluks } (q_z) : \quad q_z = \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\frac{1}{d \cdot \pi \cdot C_{12}}} \quad (\frac{W}{mK})$$

$$\text{topljeni protok } (\dot{Q}) : \quad \dot{Q} = q_z \cdot L \quad (W)$$

$$\text{količina toplote } (Q) : \quad Q = \dot{Q} \cdot \tau \quad (J)$$

$$L - \text{dužina cilindrične površine} \quad (m)$$

$$d - \text{prečnik cilindrične površine} \quad (m)$$

tabelarni prikaz pokretačkih sila i toplotnih otpora pri kretanju toplote

	provodenje toplote		prelaz toplote		zračenje toplote		
topljeni fluks q			<u>pokreta ~ ka sila</u>				
		otpor kretanju toplote					
pokretačka sila	$T_{z1} - T_{z2}$		$T_z - T_f$		$\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4$		
	ravan zid	cev	ravan zid	cev	ravan zid	cev	
otpor kretanju toplote	$\frac{\delta}{\lambda}$	$\frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_u}$	$\frac{1}{\alpha}$	$\frac{1}{d\pi \cdot \alpha}$	$\frac{1}{C_{12}}$	$\frac{1}{d\pi \cdot C_{12}}$	
topljeni protok \dot{Q}	$q \cdot A$	$q \cdot L$	$q \cdot A$	$q \cdot L$	$q \cdot A$	$q \cdot L$	
količina toplote Q	$\dot{Q} \cdot \tau$	$\dot{Q} \cdot \tau$	$\dot{Q} \cdot \tau$	$\dot{Q} \cdot \tau$	$\dot{Q} \cdot \tau$	$\dot{Q} \cdot \tau$	